

# DERIVADAS

## 1. DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO DERIVADA

A função  $f'$  definida pela fórmula  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  é denominada **derivada de f em relação a x**. O domínio de  $f'$  consiste de todos os  $x$  do domínio de  $f$  para os quais existe o limite.

Em geral, se  $f'(x)$  está definida em  $x = x_0$ , então a equação da reta tangente ao gráfico de  $y = f(x)$  no ponto  $(x_0, f(x_0))$  é dada por  $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$  ou, equivalentemente, por  $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

## 2. VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Já vimos que, se  $f(t)$  é a função posição de uma partícula em movimento retilíneo, então a velocidade instantânea em um instante arbitrário  $t$  é dada por  $v_i = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$

Portanto, a função  $v(t) = f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$  representa a velocidade instantânea da partícula no instante  $t$ . Dizemos que  $v(t)$  é a **função velocidade instantânea** ou, simplesmente, a **função velocidade** da partícula.

## 3. DIFERENCIABILIDADE

Dizemos que uma função  $f$  é **diferenciável** ou **derivável em  $x_0$**  se existe o limite  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ . Se  $f$  é diferenciável em cada ponto do intervalo aberto  $(a,b)$ , então dizemos que a função é **diferenciável em  $(a,b)$**  e, analogamente, em intervalos abertos da forma  $(a, +\infty)$ ,  $(-\infty, b)$  e  $(-\infty, +\infty)$ . Nesse último caso, dizemos que  $f$  é **diferenciável em toda parte**.

**Teorema:** Se  $f$  é diferenciável no ponto  $x_0$ , então  $f$  é contínua em  $x_0$ .

**OBSERVAÇÃO:** Podemos usar algumas notações diferentes para derivadas. Quando a variável independente for  $x$ , podemos escrever  $f'(x) = \frac{d}{dx}[f(x)]$  ou  $f'(x) = D_x[f(x)]$ . Se temos também a variável independente  $y = f(x)$ , costumamos usar  $f'(x) = y'(x)$  e  $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ . Com essas notações, se estivermos considerando a derivada em um ponto específico  $x_0$ , denotamos por  $f'(x_0) = \left. \frac{d}{dx}[f(x)] \right|_{x=x_0}$  e assim por diante.